Для этого приведем уравнение $3x^2 - x - 14$ отдельно:

$D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot (-14) \cdot 3 = 1 + 14 \cdot 4 \cdot 3 = 1 + 168 = 169$

$\sqrt{D} = \sqrt{169} = 13$

$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

$x_1 = \frac{1 + 13}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3}$

$x_2 = \frac{1 - 13}{6} = \frac{-12}{6} = -2,$

получим: $3x^2 - x - 14 = 3(x+2)(x - \frac{7}{3})$

подставим:

$(y-1)(4x+8) = 3(x+2)(x - \frac{7}{3})$

$4(y-1)(x+2) = 3(x+2)(x - \frac{7}{3})$

$x_1 = -2$, т.к. он приведёт обе части к нулю,

$4(y-1) = 3(x - \frac{7}{3})$

$4y - 4 = 3x - 7$

$3x = 4y + 3$

$x = \frac{4}{3}y + 1$, значение x будет целым в том случае, когда $y \vdots 3$.

Ответ: $x_1 = -2$ или $y \vdots 3$.

Задача 3, 4.

$$\left| \frac{x^3 + (x-2)^2 - (x^2 - 2)x - 12}{\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} - x} \right| = a^2 + 2$$

$$\left| \frac{x^3 + x^2 - 4x + 4 - x^3 + 2x - 12}{\frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{16}}{\sqrt{3}} - x} \right| = a^2 + 2$$

$$\left| \frac{x^2 - 2x - 8}{4 - x} \right| = a^2 + 2$$

$x^2 - 2x - 8$, представим в виде $a(x - x_1)(x - x_2)$

$D = b^2 - 4ac$

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 2

Лист работы 1 из 4

Задача 1.

Найдем скорость каждой пары в поездке:

Маша и Кирилл – $\frac{1}{10}$ корзиночки/мин (к/м)

Маша и Артур – $\frac{1}{18}$ к/м

Кирилл и Артур – $\frac{1}{15}$ к/м

Сложим каждое значение –

$\frac{1}{10} + \frac{1}{18} + \frac{1}{15} = \frac{20}{90} = \frac{2}{9}$ (к/м)

Получили значение, которое означает скорость поедания всех, но где мы посчитали каждого дважды, для получения результата поделим на 2:

$\frac{2}{9} : 2 = \frac{1}{9}$ (к/м) – скорость поедания всех вместе,

по формуле [redacted] $V = \frac{A}{t}$, найдём t, A – корзиночки, $V - \frac{1}{9}$ к/м $\Rightarrow t = \frac{A}{V} \Rightarrow t = \frac{1}{\frac{1}{9}} = \frac{9}{1} = 9$ минут.

Ответ: 9 минут.

Задача 2.

$(y-1)(4x+8) = 3x^2 - x - 14$

Разложим вторую часть уравнения вида $a(x-x_1)(x-x_2)$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8)$

$D = 4 + 4 \cdot 8$

$D = 36$

$\sqrt{D} = 6$

$x_{1,2} = \frac{2 \pm 6}{2}$

$x_1 = 4$

$x_2 = -2$

получили: $x^2 - 2x - 8 = (x-4)(x+2)$

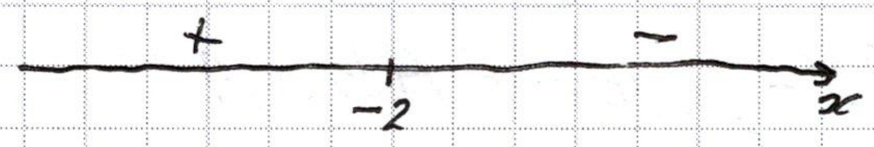
подставим обратно:

$\left| \frac{(x-4)(x+2)}{4-x} \right| = a^2 + 2$

$\left| \frac{-(4-x)(x+2)}{4-x} \right| = a^2 + 2$

$x \neq 4$, т.к. на ноль делить нельзя

$|-x-2| = a^2 + 2$



1) $x \leq 2$

$-x-2 = a^2 + 2$

$-x = a^2 + 4$

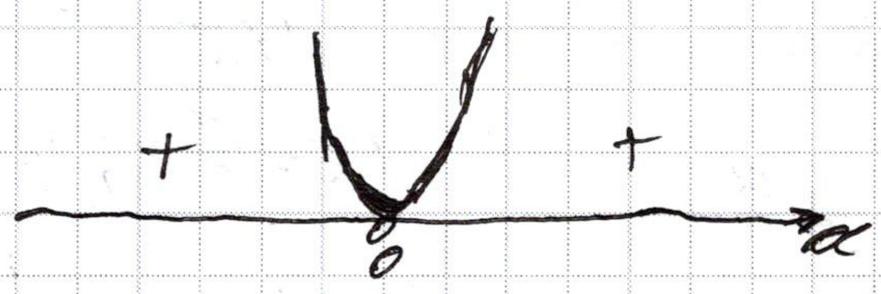
$x \in (-\infty; -4]$

2) $x > -2$

$x + 2 = a^2 + 2$

$x = a^2$

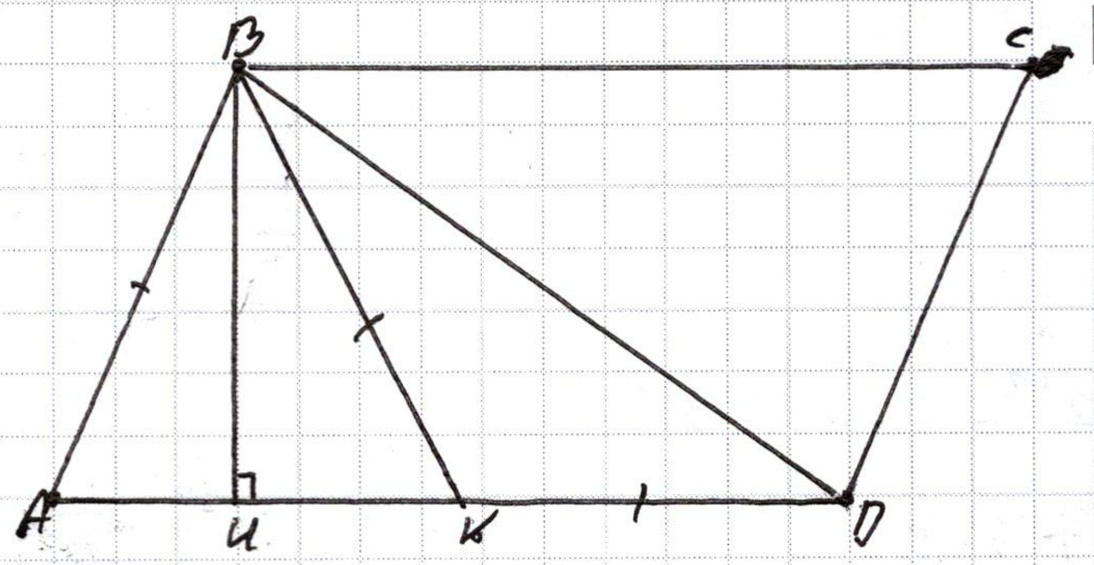
Метод интервалов:



При $a \neq 0$, $x > 0$ (x знаменателя).

Ответ: При $\alpha \neq 0$.

Задача 3.



Дано: ABCD - трапеция.
$\frac{BC}{CO} = \frac{1}{2}$; BD - диагональ
$\frac{\angle BDC}{\angle BDA} = \frac{3}{1}$; $S_{ABCD} = 10\sqrt{3}$

Найти: меньшую высоту

Решение:

1. Проведём высоту BH - меньшую высоту, т.к. $S_{ABCD} = BH \cdot AD$, а AD - большая сторона.
2. Проведём [redacted] бисс. $\angle B$ - BK, т.к. св-у параллелограмма, $\angle ABK = \angle KBC = \angle BKA$.
3. [redacted] Обозначим 1 часть угла за y, тогда $\frac{\angle BDC}{\angle BDA} = \frac{3}{1} \Rightarrow \angle BDC = 3y$; $\angle BDA = y$, т.к. ABCD - трапеция, то $\angle BDA = \angle DBC = y$; $\angle BDC = \angle DBA = 3y$
4. $\angle ABC =$ [redacted] $= \angle ABD + \angle DBC = 3y + y = 4y$
5. т.к. BK - бисс. то $\angle ABK = \angle KBC = \frac{1}{2}\angle ABC = 2y$
6. $\angle KBD + \angle DBC = \angle KBC \Rightarrow \angle KBD = \angle KBC - \angle DBC = y$
7. $\triangle KBD$; $\angle KBD = \angle KDB = y \Rightarrow \triangle KBD$ - р/б $\Rightarrow KD = BK$
8. По п.2. $\angle AKB = \angle ABK \Rightarrow \triangle ABK$ - р/б $\Rightarrow AB = AK$
9. По п.2., т.к. дано св-у бисс. Тр-ка - $AB = BK$
10. $\left.\begin{array}{l} AB = AK \text{ (п.8)} \\ AB = BK \text{ (п.9)} \end{array}\right\} \Rightarrow AB = AK = BK \Rightarrow \triangle ABK$ - равност. $\Rightarrow$
$\Rightarrow BH$ - высота и мед. р/ст. Треугольника $\Rightarrow$
$\Rightarrow AK = AH + HK = 2HK = BK$, обозначим одну часть за $x \Rightarrow HK = \frac{1}{2}x$; $BK = x$.
11. По т. Пифагора:
$BK^2 = BH^2 + HK^2 \Rightarrow HB^2 = BK^2 - HK^2$

olymp.bmstu.ru

2. $\triangle LAO$ и $\triangle OLF$:

1) $\angle OLF = \angle ALO = \alpha$

2) $\angle LAO = \angle OPL = \beta$ $\Big\}$ $\Rightarrow \triangle LAO \sim \triangle OLF \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOL = \angle LOF$

$\angle AOF$ - развёрнутый и $\angle AOF = \angle AOL + \angle LOF \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AOL = \angle LOF = 90^\circ$

3. $\triangle LOF$, $\alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ$

4. $\triangle KAL$ и $\triangle ALO$, прямоуг. Гр-ки $\angle LKA = \angle LLOA = 90^\circ$

1) AL - общая сторона

~~2) $\angle KLA = \angle LOA = 90^\circ$~~

2) $KL = OL$ $\Big\}$ $\Rightarrow \triangle KAL = \triangle ALO$ (по кат. и гипотенузе) $\Rightarrow$

$\Rightarrow \angle KAL = \angle LAO = \beta$

5. $\angle KAN$ - развёр. $\Rightarrow \angle KAN = \angle KAL + \angle LAO +$

$+ \angle OAN = 180^\circ$

$3\beta = 180^\circ$

$\beta = 60^\circ$

$\alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = 30^\circ$

6. $\triangle KAL$, ~~$\alpha + \beta + 90^\circ$~~ $\angle KLA + \beta + 90^\circ = 180^\circ$

$\angle KLA = 30^\circ$

$\triangle KAL$, по усл. $AL = AN$, $\triangle KAL$, $\angle LKA = 90^\circ$;

AK - катет, который лежит против угла $30^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{AK}{AL} = \frac{1}{2}$ $AL = \frac{1}{2} AN \Rightarrow \frac{AK}{AN} = \frac{1}{2}$

7. ~~$\triangle SKA$ и $\triangle LSF$~~:

~~1) $\angle S$ - общий~~

~~2) $\angle SKA = \angle KLF = 90^\circ$~~ $\Big\}$ $\Rightarrow \triangle SKA \sim \triangle LSF \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{SA}{SF} = \frac{SK}{SL} = \frac{KA}{LF} = \frac{AK}{LF}$ $\Big\}$ $LF = AN$, т.к. $\triangle LFN$ - равноб.$\Big\} \Rightarrow$

$HB = \sqrt{BK^2 - HK^2}$

$HB = \sqrt{1x^2 - \frac{1}{4}x^2}$

$HB = \frac{\sqrt{3}}{4}x$

$AD = AK + HD = x + x = 2x$

$S_{ABCD} = AD \cdot BH = 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}x = 10\sqrt{3}$

$2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}x = 10\sqrt{3}$

$x^2 = \frac{10\sqrt{3} \cdot 4}{\sqrt{3} \cdot 2}$

$x^2 = 20$

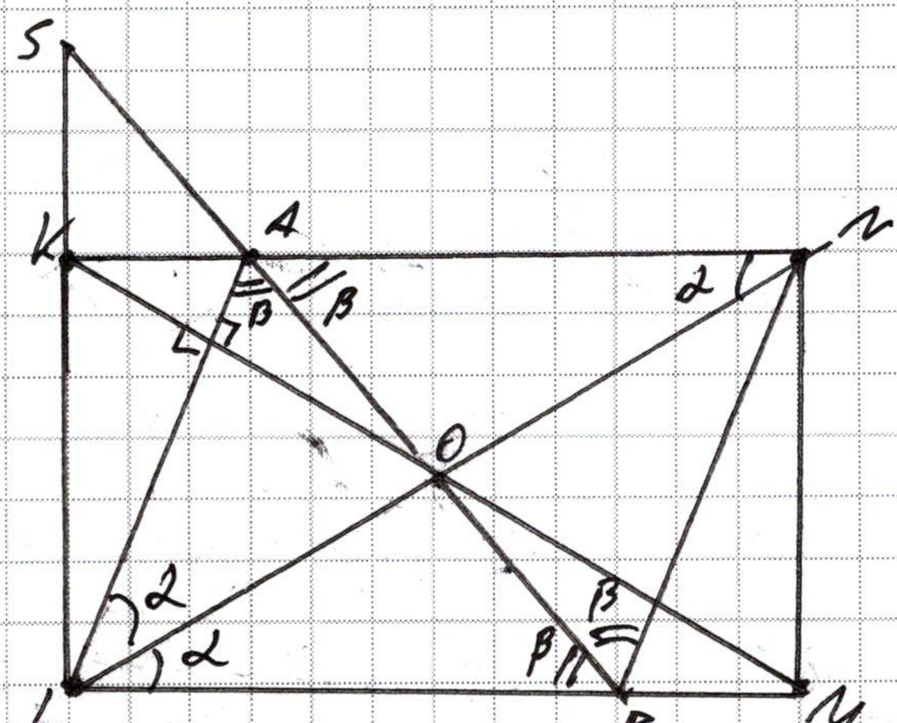
$x = \sqrt{20}$

$x = 2\sqrt{5}$

$HB = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 2\sqrt{5} = \frac{\sqrt{15}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{15}}{2}$.

Задача 5.



Дано: $\triangle LMN$ - прямоуг.
KM; LM - диагонали
$LA \perp KM$; $\angle ALK = \beta$
$LA = AN$

Решение: 1. Достроим $ALFN$ до четырёхугольника, в полученном четырёхугольнике $LF \parallel AN$; $AL \parallel FN$; $AL = AN \Rightarrow$ это ромб $\Rightarrow AL = AN = LF = FN$

По свойству это ромб, то по св-у ромба $\angle LFO = \angle OFN = \beta$

$\angle ALN = \angle LNLF = 2$

$= \frac{7}{2}$

8. ~~$\triangle SOL$ и $\triangle ALO$:~~

~~1) $\angle O = 90°$ - общий~~

~~2) $\angle OSL = \angle OLA = 30°$~~ $\Rightarrow$ ~~$\triangle ALO \sim \triangle SLO$~~ $\Rightarrow$

~~$\Rightarrow \frac{SL}{LA} = \frac{SO}{LO} = \frac{OL}{AO}$~~

9. $\triangle SAL$: $\angle LSA = \angle SLA \Rightarrow \triangle SAL$ - р/б $\Rightarrow SA = AL$

10. SK медиана прямого угла $\Rightarrow 60°$ (в прямоуг. $\triangle SKA$) $\Rightarrow SK = \frac{\sqrt{3}}{2} SA$

11. $SK = KL$, т.к. AK - мед. и высота в р/б $\triangle SAL$; $SL = SK + KL = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} SA = \sqrt{3} AL$

$$\frac{SL}{AL} = \frac{\sqrt{3}}{1}$$

Ответ: 1) $\frac{1}{2}$.

2) $\frac{\sqrt{3}}{1}$.

Задание 6.

$S_{\text{пол. сеч. треуг.}} = \frac{5\sqrt{3}}{4} \cdot 4 = 5\sqrt{3}$ у.е.

$S_{\text{пол. сеч. круга}} = \left(\frac{6\sqrt{\frac{\pi}{\sqrt{3}}}}{2\pi}\right)^2 \pi = \frac{9\frac{\pi}{\sqrt{3}}}{\pi^2} \cdot \pi = \frac{9}{\sqrt{3}} = 3\sqrt{3}$ м^2 - 7 у.е.

$S_{\text{пол. сеч. квадр.}} = \left(\frac{1}{3} \cdot 6\sqrt{3}\right)^2 = 4\sqrt{3}$ м^2 - 4 у.е.

Мин: $5\sqrt{3} \cdot 4 + 3\sqrt{3} = 20\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 23\sqrt{3}$

$100\sqrt{3} - 23\sqrt{3} = 77\sqrt{3}$

$\frac{77\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{77}{4} = 19$

$10 \cdot 4\sqrt{3} + 3\sqrt{3} + 45\sqrt{3} = 63\sqrt{3}$

$10 \cdot 4 + 2 \cdot 7 + 5 \cdot 5 = 25 + 40 + 14 = 79$ у.е.

Ответ: 79 у.е.

